# Kinematik

## Die geradlinige Bewegung

| | Strecke | Geschwindigkeit | Beschleunigung |
|---|---|---|---|
| gleichf. Bewegung | $s = s_0 + vt$ | $v = \text{konstant}$ | $a = 0$ |
| gleichf. beschl. Bew. | $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ | $v = v_0 + a t$ | $a = \text{konstant}$ |

## Die Newtonsche Axiome

1. Newtonsches Axiom (Trägheitsprinzip): Ein Körper bleibt in Ruhe oder bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit weiter, wenn keine resultierende äußere Kraft auf ihn einwirkt.
   $$F = \sum_i F_i = 0$$
2. Newtonsches Axiom (Aktionsprinzip): Die Beschleunigung eines Körpers ist umgekehrt proportional zu seiner Masse und direkt proportional zur resultierenden Kraft, die auf ihn wirkt.
   $$a = \frac{F}{m}; \quad F = m a$$
3. Newtonsches Axiom (Reaktionsprinzip): Kräfte treten immer paarweise auf. Wenn Körper A eine Kraft auf Körper B ausübt, so wirkt eine gleich große, aber entgegengesetzt gerichtete Kraft von Körper B auf Körper A.

## Der schiefe Wurf

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\varphi$$

$$t_{ges} = \frac{2 v_0}{g} \sin \varphi$$

## Die Reibung

| Haftreibung | Gleitreibung | Rollreibung |
|---|---|---|
| $F_H = \mu_H F_N$ | $F_G = \mu_G F_N$ | $F_R = \mu_R F_N$ |

# Arbeit und Energie

## Die Arbeit (*W*)

$$W = F_x \Delta s \qquad [W] = J = \frac{kg\ m^2}{s^2}$$

$$W_{ges} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

## Die kinetische Energie ($E_{kin}$)

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 \qquad [E_{kin}] = J = \frac{kg\ m^2}{s^2}$$

$$\Delta E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

## Die potentielle Energie ($E_{kin}$)

$$E_{pot} = mgh \qquad [E_{pot}] = J = \frac{kg\ m^2}{s^2}$$

$$E_{pot} = \frac{1}{2} D s^2$$

## Die Leistung (*P*)

$$P = \frac{dW}{dt} = F v \qquad [P] = W = \frac{kg\ m^2}{s^3}$$

# Teilchensysteme und Impulserhaltung

## Massenmittelpunkt

$m_{ges} x_s = m_1 x_1 + m_2 x_2$ allgemein: $m_{ges} x_s = \sum_i m_i x_i$

## Impulserhaltung

$p_{ges} = m_{ges} v_s = m_1 v_1 + m_2 v_2$ allgemein: $p_{ges} = m_{ges} v_s = \sum_i m_i v_i$

## Stöße in einer Dimension

elastische Stöße

$$m_1 v_{1e} + m_2 v_{2e} = m_1 v_{1a} + m_2 v_{2a}$$

$$v_{2e} - v_{1e} = -(v_{2a} - v_{1a})$$

inelastische Stöße

$$v_e = \frac{m_1 v_{1a} + m_2 v_{2a}}{m_1 + m_2}$$

## Die kinetische Energie eines Systems von Teilchen

$$E_{kin} = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

# Drehbewegungen

## Das Trägheitsmoment

Vollzylinder: $I = \frac{1}{2} m_{ges} r^2$ $[I] = kg\ m^2$

Hohlzylinder: $I = \frac{1}{2} m_{ges} (r_1^2 + r_2^2)$

Zylindermantel: $I = m_{ges} r^2$

Vollkugel: $I = \frac{2}{5} m_{ges} r^2$

Kugelschale: $I = \frac{2}{3} m_{ges} r^2$

## Der Steinersche Satz

$$I = I_S + m_{ges} s^2$$

## Das Drehmoment

$M = I \alpha = r F$ $[M] = Nm = \frac{kg\ m^2}{s^2}$

## Die Leistung

$P = M \omega$ $[P] = W = \frac{kg\ m^2}{s^3}$

## Die kinetische Energie der Drehbewegung

$E_{kin} = \frac{1}{2} I \omega^2$ $[E_{kin}] = J = \frac{kg\ m^2}{s^2}$

## Der Drehimpuls

$L = I \omega^2$ $[L] = \frac{kg\ m^2}{s}$

# Gravitation

## Die Keplerschen Gesetze

1. Keplersches Gesetz: Alle Planeten bewegen sich auf elliptischen Bahnen um die Sonne, wobei die Sonne in einem der Brennpunkte der Ellipse steht.
2. Keplersches Gesetz: Die Verbindungslinie zwischen der Sonne und einem Planeten überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.
3. Keplersches Gesetz: Das Quadrat der Umlaufdauer eines Planeten ist proportional zur dritten Potenz seiner mittleren Entfernung zur Sonne.

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G\,M_{Sonne}} r^3$$

## Das Newtonsche Gravitationsgesetz

$$F = -\frac{G\,m_1 m_2}{r^2} \qquad G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N\;m^2}{kg^2}$$

$$v = \frac{2\pi\,r}{T}$$

$$g_{(r)} = \frac{G\,M_{Erde}}{r^2}$$

# Mechanik deformierbarer Körper

## Die Dichte

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad [\rho] = \frac{kg}{m^3}$$

## Die Spannung

$$\sigma = \frac{F}{A} \qquad [\sigma] = \frac{N}{m^2} = \frac{kg}{m s^2}$$

## Die Dehnung

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

## Der Druck

$$p = \frac{F}{A} \qquad [p] = Pa = \frac{N}{m^2}$$

Der Schweredruck

$$p = p_0 + \rho g h$$

Das Pascalsche Prinzip

Wird auf eine in einem Gefäß eingeschlossenen Flüssigkeit ein Druck ausgeübt, dann verteilt sich dieser Druck ungehindert auf jden Punkt in der Flüssigkeit und auf die Wände des Behälters.

$$F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1$$

## Der Auftrieb

Das Archimedische Prinzip

Ein Körper, der teilweise oder vollständig in eine Flüssigkeit eingtaucht ist, erfährt eine Auftriebskraft, deren Betrag gleich der Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit ist.

## Die Kapilarität

Steighöhe: $h = \frac{2\gamma \cos\theta}{\rho r g}$

## Die Kontinuitätsgleichung

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

## Die Bernoulli - Gleichung

horizontale Strömung

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{konstant}$$

nicht horizontale Strömung

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = \text{konstant}$$

# Wärmelehre

## Umrechnung Druck

$1\,\mathrm{bar} = 100000\,\mathrm{Pa}$
$1\,\mathrm{atm} = 101325\,\mathrm{Pa}$

$\mathrm{Pa} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m\,s}^2}$

## Rechnen mit Mol

$n = \frac{N}{N_A}; \quad n = \frac{m}{M}$

$m_i = \frac{M}{N_A}$

$n$: Anzahl an Mol
$m$: Masse
$m_i$: Masse eines Teilchens
$N$: Anzahl an Teilchen
$N_A$: $6{,}022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\mathrm{mol}}$
$M$: molare Masse

$[n] = \mathrm{mol}$
$[m] = \mathrm{kg}$
$[M] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{mol}}$

## Thermische Ausdehnung

$\Delta l = \alpha\, l\, \Delta\vartheta$
$l_2 = l_1\left(1 + \alpha(\vartheta_2 - \vartheta_1)\right)$
$\Delta V = \gamma\, V\, \Delta\vartheta$
$V_2 = V_1\left(1 + \gamma(\vartheta_2 - \vartheta_1)\right)$
$\gamma = 3\alpha$

$\alpha$: Längenausdehnungskoeffizient
$\gamma$: Volumenausdehnungskoeffizient

$[l] = \mathrm{m}$
$[V] = \mathrm{m}^3$
$[\vartheta] = \mathrm{K}$
$[\alpha] = \frac{1}{\mathrm{K}}$
$[\gamma] = \frac{1}{\mathrm{K}}$

## Zustandsgleichungen für ideale Gase

$p V = n R T = N k_B T$

$\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_1 V_1}{T_1}$

$R = k_B N_A$

$n R = N k_B$

$p$: Druck
$k_B$: $1{,}381 \cdot 10^{-23} \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$
$N_A$: $6{,}022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\mathrm{mol}}$
$R$: $8{,}314 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\,K}}$

$[p] = \mathrm{Pa}$
$[V] = \mathrm{m}^3$
$[n] = \mathrm{mol}$
$[T] = \mathrm{K}$

## Kinetische Gastheorie

$\overline{w_{kin}} = \frac{1}{2} m_i \overline{v}^2 = \frac{3}{2} k_B T$

$W_{kin} = N \frac{1}{2} m_i \overline{v}^2 = \frac{3}{2} N k_B T = \frac{3}{2} n R T$

$w_{kin}$: mittlere kinetische Energie der Moleküle
$W_{kin}$: kinetische Energie eines idealen Gases
$m_i$: Masse eines Gasteilchens

$[w_{kin}, W_{kin}] = \mathrm{J} = \mathrm{N\,m} = \frac{\mathrm{kg\,m}^2}{\mathrm{s}^2}$

1 - atomiges oder ideales Gas:

$U = \frac{3}{2} k_B T$

2 / 3 - atomig gestreckt:

$U = \frac{5}{2} k_B T$

3 - atomig gewinkelt:

$U = \frac{6}{2} k_B T$

# Wärmelehre

## Geschwindigkeitsverteilung in Gasen

$$v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3\,k_B\,T}{m_i}} = \sqrt{\frac{3\,R\,T}{M}}$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8\,k_B\,T}{\pi\;m_i}}$$

$$v_{d\hat{N}} = \sqrt{\frac{2\,k_B\,T}{m_i}}$$

$$v_{d\hat{N}}^2 : \bar{v}^2 : \overline{v^2} = 1 : \frac{4}{\pi} : \frac{3}{2}$$

$$v_{d\hat{N}} : \bar{v} : \sqrt{\overline{v^2}} = 1 : 1{,}128 : 1{,}22$$

$v_{rms}$: quadratisch gemittelte Geschwindigkeit
$\bar{v}$: mittlere Geschwindigkeit
$v_{d\hat{N}}$: häufigste Geschwindigkeit
$m_i$: Masse eines Gasteilchens
$M$: molare Masse

$[v_{rms}, \bar{v}, v_{d\hat{N}}] = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$[M] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{mol}}$

## Mittlere Stoßzahl, mittlere freie Weglänge

$$\bar{z} = \frac{\sqrt{2}\;N\,\bar{v}\;\;\pi\,d^2}{V} = \frac{\sqrt{2}\;N\,\bar{v}\;\;4\sigma}{V}$$

$$\bar{l} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}} = \frac{V}{\sqrt{2}\;N\;\;\pi\,d^2} = \frac{V}{\sqrt{2}\;N\;\;4\sigma}$$

$\bar{z}$: mittlere Stoßzahl
$\bar{l}$: mittlere freie Weglänge
$\sigma$: $(=\pi\,r^2)$ Wirkungsquerschnitt

$[\bar{z}] = \frac{1}{\mathrm{s}}$

$[\bar{l}] = \mathrm{m}$

$[\bar{v}] = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

## Die Van - der Waals - Gleichung

$$\left(p + \frac{a\,n^2}{V^2}\right)(V - b\,n) = n\,R\,T$$

$a, b$: Konstanten

## Wärmekapazität

$$C = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}T}; \quad C = c\,m$$

$$Q = C\,\Delta T = c\,m\,\Delta T$$

$$Q = m\,Q_S; \quad Q = m\,Q_V$$

$$c = \frac{C}{m} = \frac{\mathrm{d}Q}{m\;\mathrm{d}t}; \quad c_M = \frac{C}{n} = \frac{\mathrm{d}Q}{n\;\mathrm{d}t}$$

$C$: Wärmekapazität
$c$: spezielle Wärmekapazität
$c_M$: molare Wärmekapazität
$Q$: Wärmeenergie
$Q_S$: Schmelzwärme
$Q_V$: Verdampfungswärme

$[C] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}} = \frac{\mathrm{kg\;m^2}}{\mathrm{s^2\;K}}$

$[Q] = \mathrm{J}$

$[Q_S, Q_V] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$

$[c] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K\;kg}}$

## Wärmeleitung

$$I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \lambda\,A\,\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}$$

$$I = \frac{\Delta T}{R}; \quad R = \frac{\Delta x}{\lambda\,A}$$

Wärmewiderstände in Reihe:

$$R = R_1 + R_2 + \ldots$$

Parallele Wärmewiderstände:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots$$

$I$: Wärmestrom
$R$: Wärmewiderstand
$\Delta T$: Temperaturdifferenz
$\lambda$: spez. Wärmeleitfähigkeit
$A$: wirksame Fläche

$[I] = \mathrm{W} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{kg\;m^2}}{\mathrm{s^3}}$

$[R] = \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}} = \frac{\mathrm{s^3\;K}}{\mathrm{kg\;m^2}}$

$[\lambda] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m\;s\;K}}$

# Wärmelehre

## Zustandsänderungen idealer Gase

| Art des Vorganges | Arbeit | Wärmemenge |
|---|---|---|
| 1. isotherm (T = const.)<br>$\mathrm{d}U = 0 = \mathrm{d}Q + \mathrm{d}W$<br>$V = \frac{n R T}{p}$ | $\Delta W = -n R T \ln\frac{V_2}{V_1}$<br>$\Delta W = n R T \ln\frac{p_2}{p_1}$ | $\Delta Q = -\Delta W$ |
| 2. isochor (V = const.)<br>$\mathrm{d}Q = \mathrm{d}U$<br>$\frac{T}{p} = \mathrm{const.}$ | $\Delta W = 0$ | $\Delta Q = c_{V,M}\, n (T_2 - T_1)$ |
| 3. isobar (p = const.)<br>$\frac{T}{V} = \mathrm{const.}$ | $\Delta W = -p(V_2 - V_1)$<br>$\Delta W = -n R (T_2 - T_1)$ | $\Delta Q = c_{V,M}\, n (T_2 - T_1) + p(V_2 - V_1)$<br>$\Delta Q = c_{V,M}\, n (T_2 - T_1) + n R (T_2 - T_1)$<br>$\Delta Q = \Delta H = c_{p,M}\, n (T_2 - T_1)$ |
| 4. adiabatisch (Q = const.)<br>$\mathrm{d}U = \mathrm{d}W, \text{ da } \mathrm{d}Q = 0$<br>$T V^{\kappa - 1} = \mathrm{const.}$<br>$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa - 1}$<br>$p V^{\kappa} = \mathrm{const.}$<br>$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa}$<br>$T\, p^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = \mathrm{const.}$<br>$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}$ | $\Delta W = \Delta U = c_{V,M}\, n (T_2 - T_1)$<br>$\kappa = \frac{c_{p,M}}{c_{V,M}} = 1 + \frac{R}{c_{V,M}}$<br>$c_{p,M} = c_{V,M} + R$<br>$\kappa$: Adiabatenexponent<br>$c_{V,M}$: molare Wärmekapazität bei konstanten V<br>$c_{p,M}$: molare Wärmekapazität bei konstanten p | $\Delta Q = 0$ |

## Wirkungsgrad

$$\eta = \text{Wirkungsgrad} = \frac{\text{gewonnene Arbeit}}{\text{zugeführte Wärmemenge}}$$

$$\eta = \frac{-\sum \Delta W_i}{\sum \Delta Q_{zu}}$$

Carnot - Kreisprozesse (2 Isothermen und 2 Adiabaten):

$$\eta_{Carnot} = -\frac{\Delta W_{AB} + \Delta W_{BC} + \Delta W_{CD} + \Delta W_{DA}}{\Delta Q_{AB}} = \frac{T_1 - T_2}{T_2}$$